

## 第三回 研究課題

**課題 1** 次の問題に答えなさい。

[1] 次の関数の逆関数を求め、そのグラフを書きなさい。

$$(1) y = \sqrt{3x+5} \qquad (2) y = \frac{x-2}{x+2} \quad (x \geq 0)$$

[2] 第  $n$  項が次の式で与えられる数列の極限を求めなさい。

$$(1) \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}} \qquad (2) \sqrt{n^2 + 2n} - n$$

[3] 次の関数を微分しなさい。

$$(1) y = \{(x-1)(x^2+2)\}^4 \qquad (2) y = \frac{1}{(3x+2)^3}$$

$$(3) y = x^2\sqrt{x} \qquad (4) y = \sqrt{9-x^2}$$

[4] 曲線  $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$  上の点  $P$  における接線の傾きが 1 になるとき、 $P$  の  $y$  座標を求めなさい。

[5] 関数  $f(x) = \frac{2x^2 + x - 2}{x^2 + x - 2}$  について、次の問いに答えなさい。

- (1) 関数  $f(x)$  の極値を求めなさい。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  の漸近線を求めなさい。
- (3) 曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = k$  が 1 点だけを共有するとき、 $k$  の値を求めなさい。

[6] 次の関数の不定積分を求めなさい。

$$(1) x \cos^2 x \qquad (2) \frac{\sqrt{\log x}}{x} \qquad (3) \frac{e^{3x}}{\sqrt{e^x + 1}}$$

$$(4) \frac{x^2 - 2x + 3}{(x+1)(x^2+1)} \qquad (5) \frac{1}{\cos x}$$

[7] 曲線  $x = \sin t, y = t \cos t$  ( $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ ) と  $x$  軸で囲まれた部分の面積を求めなさい。

[8] 曲線  $y = e^x \sqrt{1-x^2}$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) と  $x$  軸で囲まれた部分を  $x$  軸の回りに 1 回転してできる回転体の体積を求めなさい。

## 第三回 研究課題

**課題 2** 次の問題に答えなさい。

[1]  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ b & 2 \end{pmatrix}$  が次の等式を満たすとき、それぞれ  $a, b$  の値を求めなさい。

$$(1) A^2 - 3A + 2E = O \quad (2) A^3 = A$$

[2] 行列  $P = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 3 & b \end{pmatrix}$  が逆行列  $P^{-1}$  を持ち、 $P^{-1} \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} P = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix}$  を満たすとき、 $a, b, c$  の値を求めなさい。

[3]  $a, b$  は実数の定数とする。次の連立方程式を行列を用いて解きなさい。

$$(1) \begin{cases} ax + (a-1)y = -1 \\ (a-1)x - 2y = -a-1 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} (a-6)x + 2y = b \\ 2x + (a-3)y = -10 \end{cases}$$

[4] 放物線  $y = x^2 + k$  が双曲線  $x^2 - 4y^2 = 4$  と異なる 4 点で交わるための定数  $k$  の値の範囲を求めなさい。

[5]  $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ ,  $y = \frac{4t}{1+t^2}$  の媒介変数表示で与えられた曲線のグラフを描きなさい。

[6] 次の関数  $f(x)$  は確率密度関数であるとする。

$$f(x) = \begin{cases} ax(2-x) & (0 \leq x \leq 2) \\ 0 & (x < 0, 2 < x) \end{cases}$$

(1) 確率密度関数  $f(x)$  が持つべき一般的な条件を書きなさい。

(2) 上の  $f(x)$  が確率密度関数であることを利用して、定数  $a$  の値を求めなさい。

(3) 上の確率密度関数を持つ確率変数を  $X$  とするとき、確率  $P(0 \leq X \leq 1)$  と  $X$  の期待値(平均値)、分散を求めなさい。

[7] ある大学の入学試験で、受験生の総合得点の分布が、正規分布  $N(600, 100^2)$  に従っていたと仮定する。このとき、次の各問いに答えなさい。

(1) 総合得点が 500 点以上でかつ 800 点以下の受験生は全体の何%いるかを求めなさい。

(2) この大学を受験した鈴木一郎君は 760 点であった。鈴木君の偏差値を求めなさい。

(3) 受験生が 5000 人で、750 点以上を合格とすると、何人が合格するか求めなさい。

(4) 大学の合否判定会議で、「受験生 5000 人のうち、上位から 200 名を合格させる」こととなった。このとき、合格者の最低点とその偏差値を求めなさい。

### 第三回 研究課題

**課題 3** 次のどれか1つ(余裕があれば何冊でも)の書籍を読んで、感想または面白いと思った部分についてまとめなさい。

- (1) 志賀浩二著「微分・積分 30 講」(朝倉書店)
- (2) 志賀浩二著「線形代数 30 講」(朝倉書店)
- (3) 志賀浩二著「集合への 30 講」(朝倉書店)
- (4) 志賀浩二著「複素数 30 講」(朝倉書店)
- (5) 西山 享著「多項式のラブソデー」(日本評論社)
- (6) 川久保勝夫著「トポロジーの発想」(BLUE BACKS)

※ あるいは、自分が気に入った数学の入門書、専門書または数学に関わる読み物を読んで、感想または面白いと思った部分についてまとめて下さい。