

第3回「確率・統計学」小テスト

学年 _____ 番号 _____ 氏名 _____

[問題] ある製品の一個の重量（単位 g、以下省略）は、母平均 μ が 31.0、母標準偏差 σ が 2.00 の正規分布に従っているとする。この製品の規格は、 32.00 ± 4.50 である。このとき、次の各問に答えよ。

- (1) 規格外れ品が発生する確率を求めよ。
- (2) 母平均 μ を 32.0 に調整するとき、規格外品の発生する確率を求めなさい。
- (3) 母平均 μ を 32.0 とするとき、規格外品の発生確率が 1.0 %以下にするには、母標準偏差 σ をいくらにすればよいか求めなさい。

(解答欄)

(1) 正規分布 $N(31.0, 2.00^2)$ に従う確率変数を x とする。下側規格は 27.5、上側規格は 36.5 より、求める確率は、

$\Pr(x \leq 27.5) + \Pr(36.5 \leq x)$ であるから、 $u = \frac{x - 31.0}{2.00}$ とおくと、 u は標準正規分布 $N(0, 1^2)$ に従うので、

$$\begin{aligned} & \Pr\left\{u \leq \frac{27.5 - 31.0}{2.00}\right\} + \Pr\left\{\frac{36.5 - 31.0}{2.00} \leq u\right\} \\ &= \Pr(u \leq -1.75) + \Pr(2.75 \leq u) \\ &= 0.0401 + 0.0030 = 0.0431 \end{aligned}$$

となる。よって、求める確率は、0.0431（約 4.3%）である。

(2) 母平均 μ を 32.0、母標準偏差 σ を 2.00 とする正規分布に x が従うことより、 $u = \frac{x - 32.0}{1.50}$ とおくと、 u は標準正規分布 $N(0, 1^2)$ に従い、求める確率は

$$\begin{aligned} & \Pr(x \leq 27.5) + \Pr(36.5 \leq x) \\ &= \Pr\left\{u \leq \frac{27.5 - 32.0}{2.00}\right\} + \Pr\left\{\frac{36.5 - 32.0}{2.00} \leq u\right\} \\ &= \Pr(u \leq -2.25) + \Pr(2.25 \leq u) \\ &= 0.0122 \times 2 = 0.0244 \end{aligned}$$

となる。よって、規格外品の発生する確率は、0.0244（約 2.4%）である。

(3) 母平均を 32.0、母標準偏差を σ とするとき、規格外品の発生する確率を 1.0%以下とするためには、母平均が規格幅の中心にあることから、両側にそれぞれ 0.5%の規格外品が発生すると考えることができるので、

$$\Pr\left(\frac{36.5 - 32.0}{\sigma} \leq u\right) \leq 0.005$$

を満たす σ であればよい。数値表より、 $\Pr(2.576 \leq u) = 0.005$ であるので、

$$2.576 \leq \frac{4.5}{\sigma} \quad \therefore \sigma \leq \frac{4.5}{2.576} = 1.747$$

以上より、母標準偏差 σ を 1.747 以下にすればよい。