$\boxed{1}$　各問いに答えよ．

(1) 次の積分を計算せよ．　$\displaystyle\int_2^3 \frac{1}{x(x-1)}\,dx$

(2) 関数 $f(x) = \dfrac{\cos x}{2+\sin x}$ を x で微分せよ．

(3) 不定積分 $\displaystyle\int x\cos x\,dx$ を求めよ．

$\boxed{2}$　正四面体 OABC がある． $\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおく．点 O から三角形 ABC に下ろした垂線の足を P とする．そのとき, ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ をベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ．(結論だけでなく, それに至る過程も記述せよ．)

$\boxed{3}$ 実数係数の 2 変数 x, y の整式 $f(x, y)$ を考える．

$$f(x, y) = f(y, x)$$

をみたすとき, 整式 $f(x, y)$ を対称式とよぶ．例えば, $g(x, y) = x^2 + 3xy + y^2$ は

$$g(y, x) = y^2 + 3yx + x^2 = x^2 + 3xy + y^2 = g(x, y)$$

となるので対称式である．

(1) 整式 $p(x, y) = (x - y)^2,\ q(x, y) = (x - y)^3$ はそれぞれ対称式であるか調べよ．

$\alpha = x + y,\ \beta = xy$ とおく．

(2) $h(x, y) = x^4 + y^4$ を x, y を使わず, α, β を用いて表せ．

2 変数 x, y の対称式は, かならず α と β の整式として表せることを証明しよう．整式 $f(x, y)$ に現れる単項式 $a\,x^m y^n$ $(a \fallingdotseq 0)$ の指数の和 $m + n$ の最大値を $f(x, y)$ の次数とよぶ. 例えば, $x^3 + y^3 + x^2y^2 + 1$ の次数は 4 である．また, 定数は次数 0 の整式とみなす．

(3) 対称式 $r(x, y)$ の次数が 1 以下のとき, $r(x, y) = c\,\alpha + d$ (c, d は実数) の形にかけることを示せ．

いま, 次数 n $(n \geqq 2)$ の対称式 $f(x, y)$ に対して, 整式

$$F(x, y) = f(x, y) - f(x + y, 0)$$

を考える．

(4) $F(x, y)$ は次数が n 以下の対称式であることを示せ．

(5) $F(x, 0) = 0,\ F(0, y) = 0$ を示せ．

(6) (5) を用いて, $\dfrac{F(x, y)}{xy}$ は次数が $(n - 2)$ 以下の対称式であることを示せ．

(7) 整式の次数に関する数学的帰納法により, 2 変数 x, y の対称式がかならず α と β の整式で表せることを示せ．