

平成26年度
鹿児島大学大学院理工学研究科入学試験
博士前期課程 数理情報科学専攻

英語

平成25年8月20日(火) 10:00 - 11:30

注意

1. 配布物は、問題冊子(A4, 3枚), 解答用紙(B4, 2枚), 草案用紙(B4, 2枚)である。
2. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはならない。
3. 出題数は , の2題で、2題とも解答せよ。
4. 試験開始後、すべての解答用紙に受験番号を記入せよ。
5. 解答用紙が不足する場合には裏面を使用してもよい。
6. 英和辞書を使用してもよいが、電子辞書の使用は認めない。
7. 問題冊子と草案用紙は持ち帰ること。

1 次は R. S. Millman と G. D. Parker の共著 "Elements of Differential Geometry" (Prentice-Hall Inc., 1977) の Chapter 1 から一部を抜粋したものである。全訳せよ。ただし、 V, W は実ベクトル空間であつて、 R は実数全体の集合とする。

Definition. A *linear transformation* is a function $T : V \rightarrow W$ of vector spaces such that $T(av + bw) = aT(v) + bT(w)$ for all $a, b \in R$ and $v, w \in V$.

(中略)

If $T : V \rightarrow W$ is a linear transformation, we may associate a matrix with it. Let $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ be a basis of V and let $\{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ be a basis of W . Then there are nm real numbers T_j^i such that $T(v_j) = \sum T_j^i w_i$. We say that (T_j^i) represents T with respect to the given bases. (If $V = W$, it is customary to use the same basis for V and W .) If $v = \sum a^j v_j \in V$, then

$$T(v) = \sum \left(\sum T_j^i a^j \right) w_i.$$

Thus if we view v as a column vector, the i in T_j^i is the row index and the j is the column index.

2 次は Wilson A. Sutherland 著 "Introduction to Metric & Topological Spaces" (Oxford University Press, 2009) から一部を抜粋したものである。全訳せよ。

Definition 7.1 A *topological space* $T = (X, \mathcal{T})$ consists of a non-empty set X together with a fixed family \mathcal{T} of subsets of X satisfying

- (T1) $X, \emptyset \in \mathcal{T}$,
- (T2) the intersection of any two sets in \mathcal{T} is in \mathcal{T} ,
- (T3) the union of any collection of sets in \mathcal{T} is in \mathcal{T} .

The family \mathcal{T} is called a *topology* for X , and the members of \mathcal{T} are called the *open sets of \mathcal{T}* . Thus ' $U \in \mathcal{T}$ ' and ' U is open in T ' mean the same thing. Elements of X are called *points in the space T* . In practice we often use the same name for X and T when it is unmistakable which topology is intended.

(中略)

From (T2) it follows by induction that the intersection of any finite collection of open sets in X is open in X . Note that one cannot get to a statement about an *infinite* intersection (or union) by induction from statements about finite intersections (or unions). In general, as we shall see, an infinite intersection of open sets in a topological space is not open.

注意：family 族, \emptyset : 空集合